Examenul național de bacalaureat 2026
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE
11 decembrie 2025

Simulare

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică – informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică – informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$z=(1+i)^8-i=\left[(1+i)^2\right]^4-i=(2i)^4-i=2^4i^4-i=16-i\Rightarrow$	**3p**
	$\bar{z}=16+i$	**2p**
2.	$\begin{cases}a-1<0\\ \Delta\le 0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a<1\\ (a-1)(-3a-13)\le 0\end{cases}$	**3p**
	$\begin{cases}a\in(-\infty,1)\\ a\in\left(-\infty,-\frac{13}{3}\right]\cup[1,\infty)\end{cases}\Rightarrow a\in\left(-\infty,-\frac{13}{3}\right]$	**2p**
3.	$2^{x+5}=\sqrt[3]{2^{2x}}\Rightarrow 2^{x+5}=2^{\frac{2x}{3}}\Rightarrow$	**3p**
	$\Rightarrow x+5=\frac{2x}{3}\Rightarrow 3x+15=2x\Rightarrow x=-15$ soluţie a ecuaţiei.	**2p**
4.	$f:A\to A, A$ finită, f injectivă, rezultă f bijectivă. Numărul cazurilor favorabile este numărul funcțiilor bijective adică $4!$	**2p**
	Numărul cazurilor posibile este numărul funcțiilor $f:A\to A$ adică 4^4.	**1p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{4!}{4^4}=\frac{24}{256}=\frac{3}{32}$	**2p**
5.	$\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD};\overrightarrow{EF}=\frac{1}{3}\overrightarrow{EB}\Rightarrow\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BE}$	**2p**
	$\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}\Rightarrow A,F,C$ coliniare	**3p**
6.	$5^2+12^2=13^2\Rightarrow$ conform reciprocei teoremei lui Pitagora că $A=90^0\Rightarrow R=\frac{13}{2}$.	**2p**
	$r=\frac{S}{p};S=\frac{12\cdot 5}{2}=30;p=\frac{a+b+c}{2}=\frac{5+12+13}{2}=15\Rightarrow r=\frac{30}{15}=2\Rightarrow R=\frac{13}{4}r$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\begin{cases}x+y=1\\ x+z=-1\Rightarrow\\ y+z=0\end{cases}$	**2p**
	$x=0,y=1,z=-1\Rightarrow(x_0,y_0,z_0)=(0,1,-1)$	**3p**

	b) $\det A \neq 0 \Leftrightarrow \det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 2a & 1 \\ 2a & 1 & a+1 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} 2a+2 & 2a+2 & 2a+2 \\ 1 & 2a & 1 \\ 2a & 1 & a+1 \end{vmatrix} \neq 0$	**2p**
	$2(a+1)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2a & 1 \\ 2a & 1 & a+1 \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow 2(a+1)\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2a-1 & 0 \\ 2a & 1-2a & 1-a \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow$ $2(a+1)(2a-1)(1-a) \neq 0 \Leftrightarrow a \in \mathbb{R} \setminus \left\{\pm 1, \frac{1}{2}\right\}$	**3p**
	c) Pentru $a=-1$ avem $\Rightarrow \det A = 0 \Rightarrow \operatorname{rang} A \leq 2$; $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -3 \neq 0 \Rightarrow$ rang $A = 2$. $\Delta car = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$ rang $\overline{A} =$ rang $A = 2$	**2p**
	$z=\alpha \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=1+\alpha \\ x-2y=-1-\alpha \end{cases} \Rightarrow (x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{\alpha+1}{3}, \frac{2(\alpha+1)}{3}, \alpha\right)$ $x_0^2+y_0^2+z_0^2=1 \Rightarrow \frac{5}{9}(\alpha+1)^2+(\alpha+1)(\alpha-1)=0 \Rightarrow (\alpha+1)\left(\frac{5}{9}\alpha+\frac{5}{9}+\alpha-1\right)=0 \Rightarrow \alpha_1=-1, \alpha_2=\frac{2}{7}$ $(x_0, y_0, z_0) = (0,0,-1)$, $(x_0, y_0, z_0) = \left(\frac{3}{7}, \frac{6}{7}, \frac{2}{7}\right)$	**3p**
2.	**a)** Verifică $x * \frac{1}{2} = x, (\forall) x \in G$	**2p**
	Verifică $\frac{1}{2} * x = x \Rightarrow x * \frac{1}{2} = \frac{1}{2} * x = x, (\forall) x \in G \Rightarrow e = \frac{1}{2} \in (0,1)$ este element neutru	**3p**
	b) Numărătorul $x \cdot y > 0$, pentru $x, y \in (0,1)$. Analizăm numitorul: $2xy - x - y + 1 = (1-x)(1-y) + xy > 0$.	**2p**
	Arătăm că $x * y < 1$: $\frac{xy}{2xy-x-y+1} < 1 \Leftrightarrow xy < 2xy - x - y + 1 \Leftrightarrow 0 < (1-x)(1-y)$ care este adevărat pentru $x, y \in (0,1)$. Deci $x * y \in (0,1)$ pentru $x, y \in (0,1)$.	**3p**
	c) *f* izomorfism de grupuri $\Rightarrow f(e_1) = e_2 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow 2a - b = 1 \Rightarrow b = 2a - 1$ $f(x*y) = f(x) \cdot f(y), \forall x, y \in G \Rightarrow \frac{a}{x*y} - 2a + 1 = \left(\frac{a}{x} - 2a + 1\right)\left(\frac{a}{y} - 2a + 1\right)$ $\Rightarrow a\left(2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{xy}\right) - 2a + 1 = \left(\frac{a}{x} - 2a + 1\right)\left(\frac{a}{y} - 2a + 1\right) \Rightarrow$	**2p**
	$\Rightarrow \frac{a^2-a}{xy} - \frac{2(a^2-a)}{x} - \frac{2(a^2-a)}{y} + 4(a^2-a) = 0 \Rightarrow (a^2-a)\left(\frac{1}{xy} - \frac{2}{x} - \frac{2}{y} + 4\right) = 0, \forall x, y \in G \Rightarrow$ $a=0$ sau $a=1$ Cazul $a=0$ se respinge, deoarece atunci *f* ar fi constantă și nu ar putea fi izomorfism. Rămâne $a=1 \Rightarrow b=1$	**3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=\dfrac{\left(\sqrt{x^2+2}\right)'(x+1)-(x+1)'\sqrt{x^2+2}}{(x+1)^2}=\dfrac{\dfrac{x}{\sqrt{x^2+2}}(x+1)-\sqrt{x^2+2}}{(x+1)^2}=$ $=\dfrac{x^2+x-\left(x^2+2\right)}{(x+1)^2\sqrt{x^2+1}}=\dfrac{x-2}{(x+1)^2\sqrt{x^2+2}}$, $x\in(-1,+\infty)$	**2p** **3p**
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)\right)^{5x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{x+1}\right)^{5x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+2}{(x+1)^2}\right)^{\frac{5x}{2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x^2+2}{x^2+2x+1}\right)^{\frac{5x}{2}}=$ $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{x^2+2}{x^2+2x+1}-1\right)^{\frac{5x}{2}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(1+\dfrac{-2x+1}{x^2+2x+1}\right)^{\frac{x^2+2x+1}{-2x+1}}\right]^{\frac{-2x+1}{x^2+2x+1}\cdot\frac{5x}{2}}=e^{\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{5x(-2x+1)}{2\left(x^2+2x+1\right)}}=$ $=e^{-\frac{5\cdot 2}{2}}=e^{-5}.$	**2p** **3p**
c)	$f'(x)=0\Rightarrow x=2$ Dacă $x\in(-1,2)\Rightarrow f'(x)<0\Rightarrow f$ este strict descrescătoare pe $(-1,2)$ Dacă $x\in(2,+\infty)\Rightarrow f'(x)>0\Rightarrow f$ este strict crescătoare pe $(2,+\infty)\Rightarrow$ $\Rightarrow f(x)\geq f(2)$, $f(2)=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\Leftrightarrow f\left(e^x\right)\geq f(2)\Rightarrow 3\sqrt{e^{2x}+2}\geq\sqrt{6}\left(e^x+1\right)$ pentru orice $x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ $\sqrt{3\left(e^{2x}+2\right)}\geq\left(e^x+1\right)\sqrt{2}$, pentru orice $x\in(-1,+\infty)$.	**2p** **3p**
2.a)	$F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ o primitivă a lui f $\Rightarrow F$ derivabilă pe $\mathbb{R}\Rightarrow F'(x)=f(x)$ oricare ar fi $x\in\mathbb{R}$ $-1\leq\cos x\leq 1,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow 2-\cos^2 x>0,\forall x\in\mathbb{R}$, $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow\cos x\geq 0\Rightarrow$ $f(x)=\dfrac{\cos x}{2-\cos^2 x}\geq 0,\forall x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]\Rightarrow F$ este strict crescătoare pe $\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$.	**2p** **3p**
b)	$2-\cos^2 x=1+\sin^2 x\Rightarrow\sin x=t\Rightarrow\cos x dx=dt,$ respectiv și obținem $\int f(x)dx=\int\dfrac{\cos x}{1+\sin^2 x}dx\Rightarrow\int\dfrac{1}{1+t^2}dt=arctgt+C\Rightarrow\int f(x)dx=arctg(\sin x)+C.$	**2p** **3p**
c)	$G(x)=\int\dfrac{\cos x}{2-\cos^2 x}\sin xdx=\dfrac{1}{2}\int\dfrac{1}{2-\cos^2 x}\left(2-\cos^2 x\right)'dx=\dfrac{1}{2}\ln\left(2-\cos^2 x\right)+k$ $G\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{2}{e}\Rightarrow\dfrac{1}{2}\ln 2+k=\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{2}{e}\Rightarrow k=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow G(x)=\dfrac{1}{2}\ln\left(2-\cos^2 x\right)-\dfrac{1}{2}$	**3p** **2p**